

Aplicación de algoritmos paramétricos de generación formal en el diseño estructural. La Ópera de Sídney desde una perspectiva contemporánea

Rey Rey, Juan

*Departamento de estructuras de edificación, Escuela Técnica Superior de Arquitectura.
Universidad Politécnica de Madrid (Spain).
E-mail: juan.rey@upm.es*

Resumen

La Ópera de Sídney puede considerarse un paradigma en relación a la influencia que los métodos de representación gráfica y análisis estructural ejercen en la concepción y construcción de las obras de arquitectura. Se plantean posibles esquemas estructurales para las cubiertas de dicho edificio respetando la forma propuesta originalmente por Utzon, poniendo en evidencia el impacto que los ordenadores personales han tenido en la manera de concebir y construir edificios.

Palabras clave

Ópera de Sídney, diseño paramétrico, ingeniería estructural.

I. Introducción

El importante desarrollo tecnológico e industrial surgido especialmente durante la segunda mitad del siglo pasado ha eliminado las históricas limitaciones técnicas en el ámbito de los proyectos arquitectónicos, desembocando en la situación actual en la que cualquier planteamiento formal puede ser analizado desde un punto de vista estructural, concluyéndose por tanto que ha desaparecido la barrera del análisis en lo que al desarrollo de un proyecto arquitectónico se refiere.

En la actualidad, al igual que a finales del siglo XIX, nos encontramos en un periodo de transición, y también, como entonces, es la tecnología la que orienta el cambio. No la tecnología de los nuevos materiales (hormigón y acero) como sucedía tras la revolución industrial sino que es la nueva tecnología digital aplicada a los sistemas de diseño, cálculo y fabricación la que están siendo el motor de la actual transformación. Hoy no es tanto el paradigma mecanicista el que prevalece en muchos casos en la concepción de los edificios sino que, nuevos elementos como la tecnología digital integrada está cambiando la forma de diseñar y concebir el entorno construido.

Ante este contexto cabría plantearse las siguientes cuestiones: ¿Puede el diseño paramétrico y la tecnología CAD-CAM-CAE en conjunción con los programas actuales de análisis estructural basados en los Métodos Matricial y de los Elementos Finitos hacer más sencilla la construcción de estructuras ligeras y eficientes hoy en día? ¿Puede la tecnología digital ayudar a ampliar el abanico formal a la hora de diseñar edificios y a la vez permitir el uso de sistemas estructurales racionales que optimicen el consumo de materiales bajo dichas circunstancias?

II. La Ópera de Sídney

La Ópera de Sídney puede considerarse un paradigma en relación a la influencia que los métodos de representación gráfica y análisis estructural ejercen en la concepción y construcción de las obras de arquitectura. El edificio fue gestado en una época (1956-1973) inmediatamente anterior al desarrollo científico y tecnológico anteriormente referido y, a pesar de emplearse de forma pionera ordenadores durante su desarrollo, tanto el software como el hardware no estaban lo suficientemente maduros. Así, el proyecto del edificio debió realizarse con medios básicamente manuales adoptando en consecuencia importantes simplificaciones, tanto en lo referente a la representación gráfica como al análisis estructural. Esta ausencia de herramientas de diseño disponibles acordes a la complejidad formal de la propuesta planteada condicionó enormemente la marcha del proyecto, dilatándose dramáticamente en el tiempo (hasta un total de 17 años) y multiplicándose su costo final de forma desproporcionada (en aproximadamente un 1.300%).

Además, la solución estructural finalmente construida dista mucho de la imaginada por Utzon inicialmente, debido a las importantes modificaciones que debieron introducirse para hacer viable su análisis y representación. Así, donde Utzon se imaginó una fina lámina de hormigón flotando sobre el paisaje se

construyó finalmente una estructura más pesada, formada por costillas pretensadas de hormigón con unas secciones notablemente mayores. La geometría también debió ser modificada de forma ostensible, pasando de un trazado “libre” a una geometría esférica, tal y como se observa en la siguiente figura.

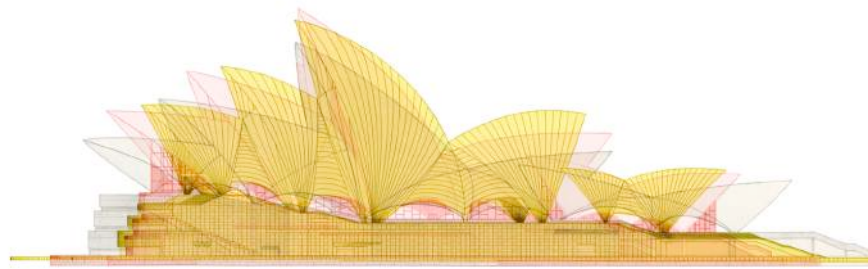


Figura 1. Comparativa de la evolución de la forma de las cubiertas de la Ópera de Sídney: concurso –en gris- (1956), geometría parabólica –en rojo- (“Libro Rojo”, 1958) y geometría esférica –en amarillo- (“Libro Amarillo”, 1962).

Si este edificio se pretendiese construir en la actualidad, con total seguridad el curso de los acontecimientos se desarrollaría por senderos muy diferentes. Ante este supuesto se plantean posibles esquemas estructurales para las cubiertas de dicho edificio respetando la forma “libre” propuesta originalmente por Utzon así como su carácter laminar, poniendo en evidencia el impacto que los ordenadores personales y los programas informáticos asociados han tenido en la manera de concebir y construir edificios.

III. Algoritmos de diseño paramétrico

El modelado de “formas libres” a través de superficies paramétricas permite una rápida generación de formas complejas con una mínima cantidad de datos. Así, los sistemas CAD-CAM-CAE han redefinido la concepción, representación, fabricación y construcción vinculadas al proyecto arquitectónico, haciendo accesible la manipulación de “formas libres”, incluso con conocimientos mínimos de geometría.

El importante avance de la informática en las últimas décadas ha posibilitado a los arquitectos trabajar de forma relativamente sencilla e intuitiva con representaciones matemáticas de geometrías tridimensionales como las NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*). Estas curvas y superficies orgánicas definidas por curvas vectoriales, han permitido abordar gráficamente la manipulación de espacialidades complejas, desconociendo además la especificidad analítica de sus ecuaciones paramétricas dado que mediante este proceso de generación formal, se desconocen las ecuaciones de las superficies generadas y, en consecuencia, muchas de sus características mecánicas y constructivas.

Pero, al contrario de lo que ha sucedido en otras industrias como la aeronáutica o la del automóvil, la construcción de edificios ha mostrado una inercia muy fuerte a integrar estos avances tecnológicos, particularmente durante las últimas décadas, dando continuidad al empleo de técnicas en algunos casos seculares. Este posicionamiento evidentemente evita riesgos pero a su vez obstaculiza la incorporación de innovaciones y mejoras en los procesos constructivos.

El diseño paramétrico es por tanto una técnica para el control y la manipulación de objetos de diseño a cualquier escala, que emplea algoritmos como métodos de generación de formas y posibilita la producción de formas complejas basadas en reglas sencillas para el control de cada uno de sus componentes. Al definir una determinada forma mediante NURBS se obtiene un modelo geométrico dinámico, esto es: una forma definida por un conjunto de parámetros flexibles y modificables.

Se podría decir que el diseño paramétrico es por tanto un diseño asociativo basado en parámetros, lo cual permite realizar modificaciones en la geometría del modelo de forma rápida y sencilla, dado que al estar las variables relacionadas entre sí, cualquier cambio en una variable se arrastra automáticamente al resto de ellas. Como siempre que una innovación entra en escena, la inexistencia de referencias y precedentes genera tentativas fallidas y tratamientos superficiales de dicha nueva herramienta. El caso del diseño paramétrico en el ámbito arquitectónico no ha escapado de este cliché. Así, fundamentalmente durante los últimos años del siglo pasado, el diseño paramétrico fue empleado mayoritariamente en ejercicios formalistas de dudoso interés, sin mayores pretensiones que la pura experimentación estética.

Incluso en fechas más recientes se ha extendido la tendencia de emplear las nuevas herramientas de diseño algorítmico para producir formas de gran complejidad partiendo de la implementación de reglas y fórmulas sencillas. Este enfoque ha conducido frecuentemente a diseños con una complejidad innecesaria, en los que ésta era además introducida sin un fundamento o motivo claros.

Existe por tanto la tentación de emplear la potencialidad de las nuevas herramientas de diseño paramétrico de una forma sencilla para aumentar artificialmente la complejidad de un diseño en lugar de hacer uso de éstas de una manera más intensa (y compleja) en aras de alcanzar diseños más simples, coherentes y en último término, eficaces.

IV. Aplicación de algoritmos de diseño paramétrico en el desarrollo de propuestas para la estructura de las cubiertas de la Ópera de Sídney

IV.1 Introducción

Aplicando estas técnicas es posible realizar exploraciones geométricas sobre superficies complejas en la búsqueda de soluciones eficaces. En el caso de las superficies propuestas por Utzon para las cubiertas de la Ópera de Sídney, dado que éstas no están definidas geométricamente, el empleo de NURBS y geometrías parametrizadas sobre dicha superficie se adapta a la perfección al problema geométrico que se presenta.

Estas técnicas cobran todavía más relevancia en cuanto a la fabricación y construcción de la obra. Así, mientras que en la obra de construcción de las cubiertas de hormigón que hoy se pueden admirar en Bennelong Point, en el Sídney de los años sesenta, el proceso constructivo requirió la prefabricación de sus componentes para racionalizar y en último término hacer viable su construcción, los inicios de este nuevo siglo se caracterizan por poner el acento en los sistemas de fabricación digitales. Dichos sistemas se caracterizan por centralizar toda la información relevante del edificio en un archivo de datos tridimensional, que además de para su análisis estructural, sirve también para alimentar directamente las máquinas de corte, doblado, etc. Por tanto hoy en día ya no es imprescindible racionalizar o modular la estructura de una forma tan rígida, dado que la fabricación de piezas de distintos tamaños entre sí no supone una penalización significativa, excepto la complejización del proceso de montaje si éste no está bien concebido.

Hasta hace no mucho tiempo, los medios de representación y análisis coincidían aproximadamente con las técnicas de construcción de su momento. En cambio, a día de hoy, la realidad es que las nuevas técnicas de representación y análisis estructural nos han llevado a un punto de desarrollo tal que la limitación que hasta ahora existía en estos campos en el desarrollo de los proyectos arquitectónicos ha desaparecido. Y hoy es la industria la que supone el lastre mayor para la construcción de edificios con “formas libres” como las propuestas por Utzon en su momento.

IV.2 Generación de un modelo digital de la geometría original de las cubiertas

Se ha empleado la documentación gráfica que Jörn Utzon presentó al concurso de arquitectura convocado para la generación de un modelo digital de una parte de las cubiertas (las dos piezas de mayor tamaño, considerándose que los resultados obtenidos serán extrapolables al resto de piezas). En concreto, se han tomado los dibujos de plantas y alzados y se han digitalizado empleando para ello el programa informático Rhinoceros v5.0 (NURBS modelling for MAC).

El proceso de digitalización ha consistido en la captura de puntos directamente sobre los dibujos anteriormente indicados, una vez escalados estos previamente. Posteriormente, se han interpolado curvas partiendo de los puntos previamente capturados, tanto de los dibujos de plantas como de alzados. Para la interpolación se han considerado polinomios de tercer grado. Los resultados obtenidos, tal y como se observa en las figuras siguientes, se consideran suficientemente aproximados:

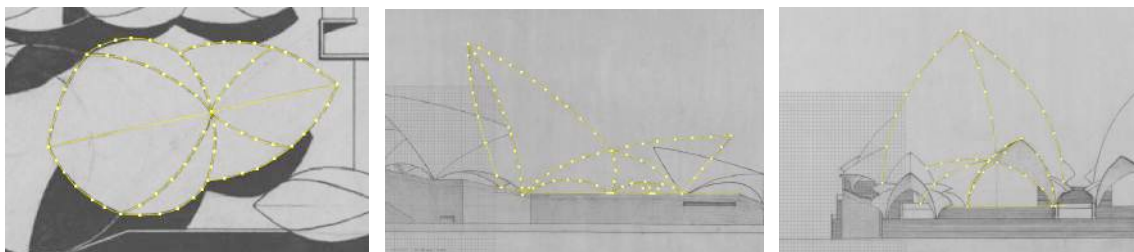


Figura 2. Proceso de digitalización de los dibujos originales.

A continuación, se han generado superficies a partir de las curvas anteriores, proyectando dichas curvas en las tres direcciones principales del espacio. Se han obtenido las curvas espaciales resultantes de la intersección de las superficies extruidas anteriormente indicadas. Estas curvas constituyen las curvas maestras (aristas) para la definición de las superficies que constituyen las dos piezas de cubierta seleccionadas.

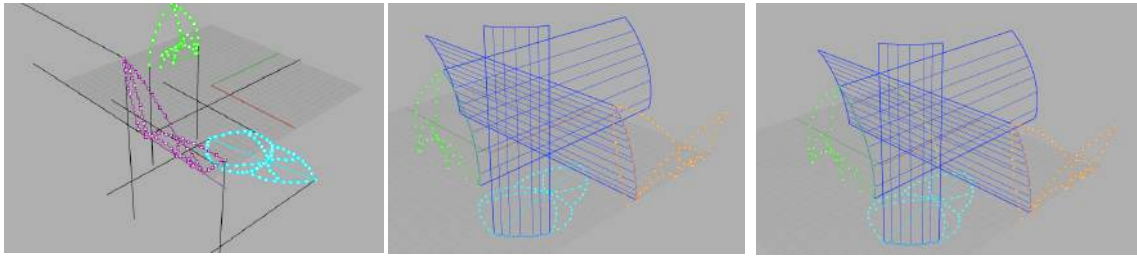


Figura 3. Montaje tridimensional de las tres proyecciones digitalizadas, extrusión de superficies y obtención de curvas de las aristas por intersección de dichas superficies.

A partir de este conjunto de curvas en el espacio se han generado los fragmentos de superficie de cubierta enmarcados por dichas curvas. Para ello se ha empleado la opción de generación de superficies a partir de curvas maestras de Rhinoceros. Esta interpolación se considera válida por varios motivos: por no existir información suficiente para generarla de forma precisa (por lo que la aquí presentada es una de las infinitas soluciones posibles al problema) y por tener un parecido razonable con las imágenes existentes. Sobre estas superficies generadas se ha realizado un mallado en elementos triangulares de tres nodos, para facilitar el posterior análisis estructural.

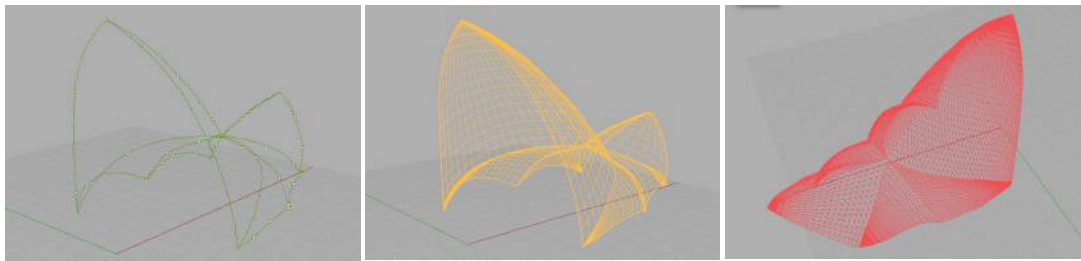


Figura 4. Curvas de las aristas, generación de las distintas porciones de superficie y mallado con elementos triangulares de tres nodos.

IV.3 La estructura de cubierta de la Ópera de Sídney desde una perspectiva contemporánea

Las técnicas de construcción de cubiertas ligeras en hormigón armado (láminas) se han basado tradicionalmente en el uso intensivo de mano de obra y consecuentemente se han paulatinamente abandonando debido a su elevado coste. Según estudios realizados por Williamson en 2003, el valor de la mano de obra (no reajustado por la inflación) aumentó entre 1958 y 2002 entre 8 veces (mano de obra no especializada) y once veces (mano de obra de producción), mientras que el coste de los materiales de construcción en el mismo periodo aumentó *solamente* entre 3,8 veces (acero) y 4,8 veces (hormigón).

Así, para que la construcción de cubiertas laminares de hormigón fuese viable hoy en día sería necesario crear técnicas de construcción menos demandantes de mano de obra, ya que el encofrado y las cimbras suponen porcentualmente una parte muy importante del coste de la estructura completa. Debido a estos motivos el autor entiende que hoy en día el proyecto de la estructura de las cubiertas de la Ópera de Sídney debería plantearse en estructura de acero.

Un aspecto importante a resaltar en relación a las cubiertas proyectadas por Utzon para la Ópera de Sídney es que, a diferencia de las cubiertas laminares de Nervi, Candela, Torroja, etc., en las cubiertas de la ópera el hormigón armado estaba en principio previsto que no fuese visto: se preveía su recubrimiento exterior mediante un acabado cerámico y su interior iba a estar oculto en su mayor parte por los imprescindibles falsos techos derivados de las necesidades de acondicionamiento acústico de las salas. En las áreas en las que dichos falsos techos no eran necesarios, Utzon, tal y como deja plasmado en sus dibujos de concurso, prevé tratar el interior de hormigón con un acabado de color dorado.

Así, hoy como entonces, parece más natural plantear una estructura metálica para generar una superficie del tamaño y forma propuestas por Utzon. Las ventajas fundamentales que presenta frente a la versión construida son:

- Mayor ligereza, lo que repercute no sólo en los esfuerzos que debe soportar la propia cubierta –cuya carga dominante es el peso propio- sino también en el tamaño de los pilares y cimentaciones bajo las mismas.
- Facilidad de prefabricación: unión de tubos metálicos curvos a través de soldadura en taller.
- Rapidez de ejecución: combinando prefabricación de piezas de gran tamaño y uniones atornilladas en obra. Izado de módulos completos unidos previamente a pie de obra.

- Drástica reducción de los medios auxiliares requeridos: debido a la mayor ligereza de las piezas a manipular en obra.

IV.4 Parametrización de posibles soluciones estructurales sobre las superficies de las cubiertas

Una vez adoptada la decisión de plantear posibles soluciones en estructura metálica, se han aplicado técnicas de generación de geometrías tridimensionales con NURBS y de diseño paramétrico, con ayuda del programa informático Grasshopper sobre Rhinoceros, con el objetivo de plantear alternativas a la estructura de las cubiertas de la Ópera de Sídney desde una perspectiva contemporánea, tratando de respetar de forma lo más fiel posible, la geometría de las cubiertas plasmada por Utzon en los planos presentados al concurso internacional de arquitectura convocado al efecto (geometría que no responde a ninguna forma conocida o expresable matemáticamente).

Aplicando varios algoritmos con la ayuda del programa informático *Grasshopper*, se han desarrollado diversas aproximaciones geométricas al problema de cómo disponer las barras de un entramado metálico adaptadas a las superficies “libres” planteadas por Utzon de modo que la estructura resultante sea lo más lógica y eficiente posible.

Se pretende realizar una aproximación sistemática en la que se puedan analizar en paralelo varias propuestas, parametrizadas, de modo que de una forma semi-automática se puedan extraer conclusiones acerca de la eficiencia de la disposición de dichas barras en la estructura.

De este modo, aplicando algoritmos pre-programados como “*LunchBox*” o “*Karamba*” se ha generado una familia de posibles formas, todas constituidas por barras de acero, adaptadas a la geometría original con la que Utzon ganó el concurso, para determinar de entre ellas cual es la disposición de barras más apropiada.

En primer lugar se ha explorado las posibilidades de *LunchBox* v3.0, programado por Nathan Miller (ver figura 5).

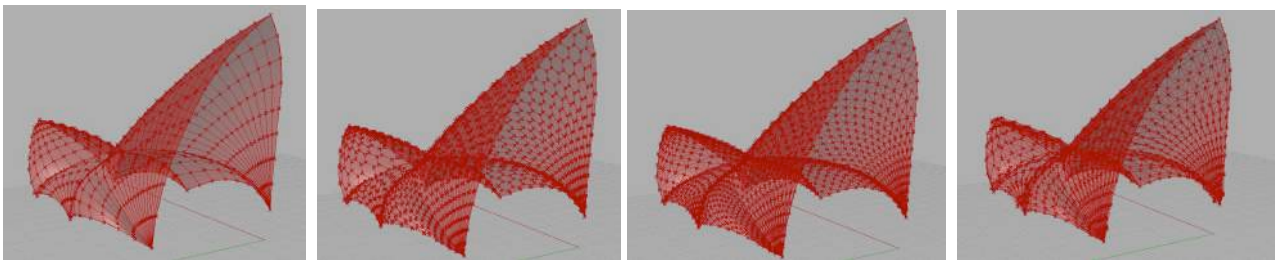


Figura 5. Aplicación directa del plugin LunchBox v3.0 de Grasshopper, sobre la superficie de las cubiertas, considerando la geometría de la propuesta original de Jørn Utzon. Estudio de distintos patrones geométricos para un posible mallado de las superficies “libres” a través de barras.

Empleando el algoritmo *Karamba* v1.0.2 se ha generado una geometría adicional, basada en una malla diagonal sobre la superficie libre propuesta por Utzon. En la figura 6 se puede observar el resultado obtenido:

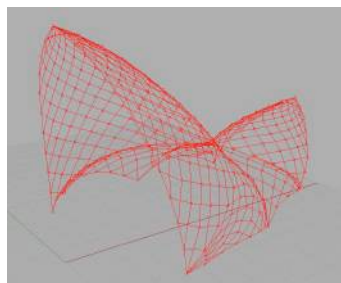


Figura 6. Aplicación directa del algoritmo Karamba de Grasshopper sobre la superficie de las cubiertas.

Una vez generadas las disposiciones de barras de las seis alternativas en estructura de acero (una propuesta inicial generada “manualmente” mediante corte de superficies así como las cinco adicionales anteriormente presentadas, generadas mediante algoritmos paramétricos), se realiza un análisis estructural de dichas propuestas en paralelo con ayuda del programa *Autodesk Robot Structural Analysis* v2012, considerando las mismas cargas actuantes en todos los casos.

Se adjuntan a continuación algunas imágenes de los seis diferentes modelos de cálculo elaborados, cada uno de ellos con una disposición diferente de la malla sobre la superficie original planteada por Utzon:

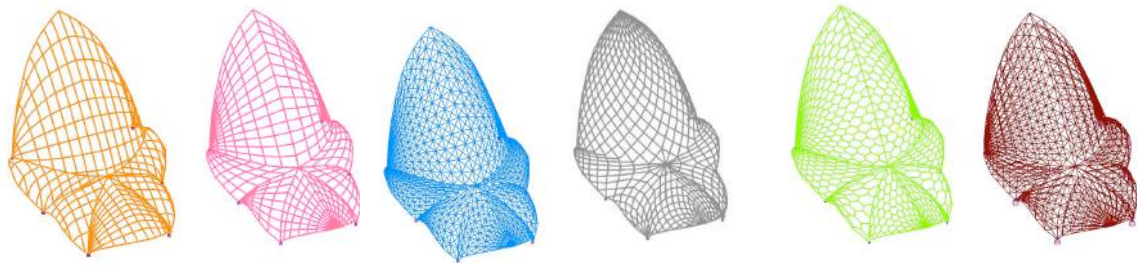


Figura 7. Vistas de los seis modelos de cálculo elaborados en Autodesk Robot Structural Analysis 2012.

Se podría proceder pues a realizar un dimensionado en detalle de cada uno de los seis esquemas geométricos propuestos para, de su análisis comparado, determinar cuál es el más adecuado en términos de economía. Así, se llevaría a cabo un dimensionado de las barras en cada caso, con el objetivo de minimizar, por ejemplo, el peso de la estructura y la superficie exterior de las barras (de cara a minimizar la aplicación de pinturas tanto anticorrosivas como intumescentes).

En cualquier caso, se ha considerado que el desarrollo de un análisis detallado de estas seis propuestas excede los objetivos establecidos para la redacción del presente artículo y no aporta una información relevante. Se considera más interesante exponer el proceso metodológico propuesto que determinar de forma precisa el tamaño de cada una de las barras de cada opción planteada.

De todos modos, de forma simplificada, se ha considerado un único tipo común de barras tubulares circulares en todos los casos y, en base a estas premisas, se han analizado los seis modelos para de forma cualitativa poder clasificar los seis esquemas geométricos en función de su comportamiento tenso-deformacional.

En la figura siguiente, como ejemplo, se presentan vistas de las deformadas obtenidas del cálculo de los seis modelos:

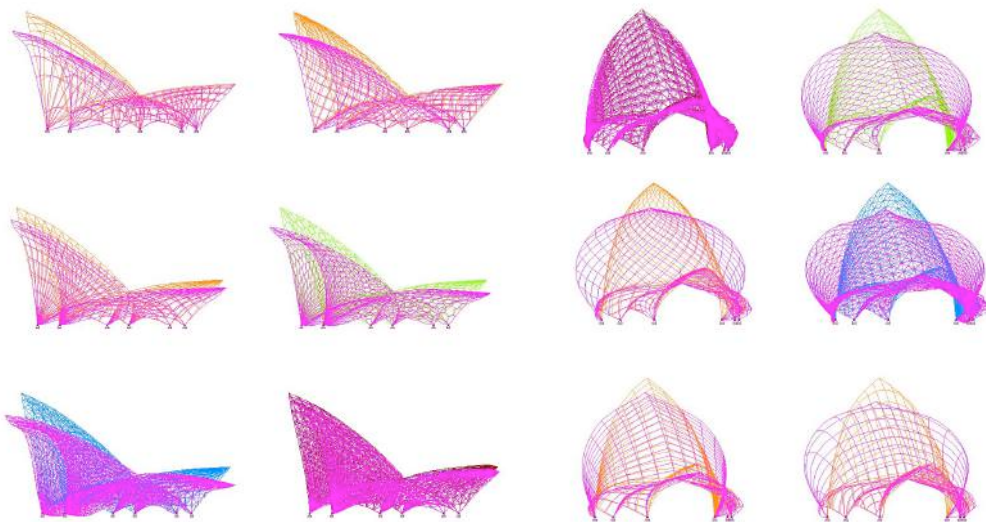


Figura 8. Geometría deformada de los seis modelos de cálculo elaborados.

A la vista de los resultados obtenidos, se concluye que la geometría más eficaz es la malla tridimensional de tetraedros. No obstante, se decide descartar dicha opción por ser la que más se distancia de la filosofía de la propuesta inicial de Utzon, al tratarse de una malla espacial en lugar de una disposición laminar, penalizando fuertemente el canto estructural resultante.

Se decide pues optar por la distribución de barras en malla diagonal.

Una vez realizada esta elección, podría afrontarse un nuevo análisis de sensibilidad sobre la densidad de malla. Para ello las herramientas de diseño paramétrico de nuevo se muestran de gran utilidad. Se realiza pues un nuevo análisis paramétrico para establecer, dentro de unos parámetros constructivos razonables, la

densidad de malla más adecuada. Así, se generan una serie de opciones en función de la densidad de barras del modelo, simplemente alterando las variables de separación de las barras en cada una de las direcciones principales.

El objetivo sería de nuevo la minimización del peso de la estructura así como, de forma secundaria, de su superficie exterior. El análisis se hace para un rango de separación de barras de entre uno y cuatro metros, por considerarse un abanico razonable para la correcta disposición del cerramiento de cubierta sobre ellas.

A continuación se adjuntan unas imágenes de las nuevas formas generadas a partir de las premisas indicadas:

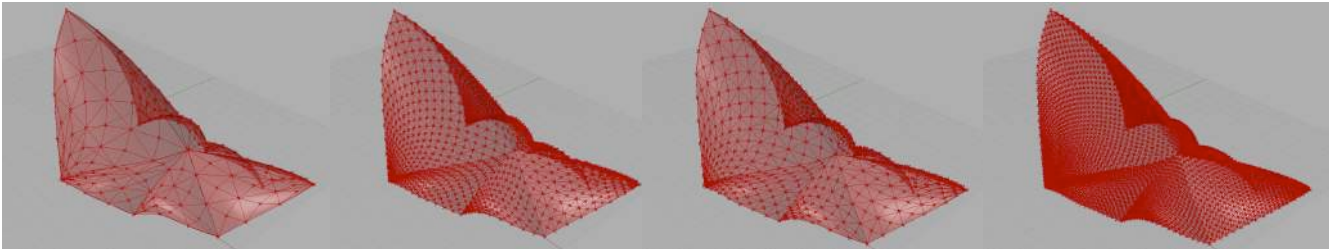


Figura 9. Aplicación directa del algoritmo “LunchBox” en Grasshopper. Estudio de distintos grados de densidad de malla para un posible mallado de las superficies “libres” a través de barras.

Nuevamente se procede a realizar un análisis estructural de las distintas propuestas con la ayuda del programa *Autodesk Robot Structural Analysis v2012*, con el objetivo de dimensionar las distintas opciones y poder realizar una comparación entre las mismas. A continuación se adjuntan vistas de los tres modelos analizados:

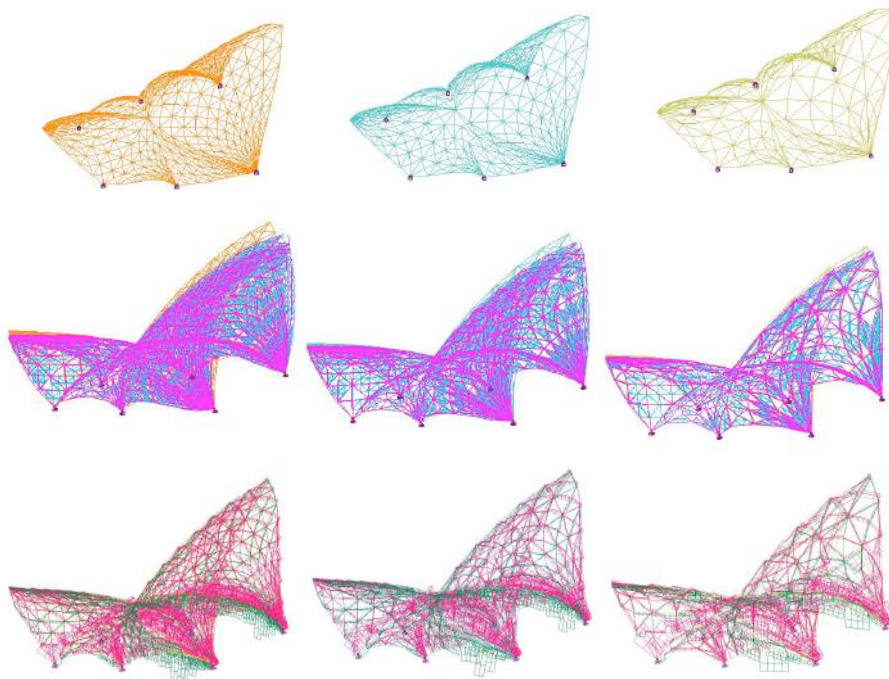


Figura 10. Modelos de cálculo elaborados, geometría deformada (ELS) y esfuerzos axiales en las barras (ELU).

Del análisis detallado de los resultados obtenidos se podría concluir cuál de entre las opciones estudiadas se considera la más adecuada por representar aquella que menor cantidad de estructura requiere.

Nótese que el hecho de tener un gran número de barras de dimensiones distintas no supone un inconveniente importante dado que, como se ha comentado, la estructura generada tridimensionalmente pasa directamente a las máquinas de corte, mediante sistemas CAD-CAM-CAE, las cuales afrontan de forma idéntica el corte de piezas de dimensiones repetitivas que de aquellas con gran variedad dimensional.

En cualquier caso, es preciso recalcar la gran complejidad de montaje que representa una estructura de estas características, motivada fundamentalmente por la forma impuesta a la misma (en este caso la propuesta

geométrica de Utzon para el concurso). Existen nudos con gran densidad de barras que deberían analizarse en detalle para simplificar al máximo su diseño.

No obstante, lo que aquí se ha desarrollado pretende únicamente ser una aproximación a nivel de Anteproyecto a un problema de estas características. Sería necesario realizar un estudio mucho más detallado para poder obtener conclusiones de mayor calado.

En cualquier caso, las herramientas paramétricas empleadas representan en este caso únicamente una ayuda para la generación rápida y automática de mallas de barras sobre una superficie predefinida. Esto es especialmente útil en estructuras en las que, como la objeto de estudio, por su complejidad formal resultan poco intuitivas. Como se ha expuesto, es posible hacer un análisis de alternativas de una forma relativamente sencilla que nos permita *optimizar* la estructura partiendo de los fuertes condicionantes formales existentes.

V. Conclusiones

Las nuevas herramientas digitales de diseño paramétrico permiten, dentro del ámbito de las estructuras de edificación, la realización de análisis comparados de diseños estructurales de un modo manejable y modificable de forma relativamente sencilla, lo que posibilita que, aún trabajando con formas o configuraciones espaciales complejas, se pueda *optimizar* la propuesta estructural tomando en cuenta los condicionantes impuestos por el diseño.

Pero todo esto no debe hacernos perder de vista que, en realidad, no se trata más que de nuevas herramientas al servicio de la creatividad de los arquitectos e ingenieros y que son éstos en último término los responsables de hacer un uso sensato y responsable de las mismas. En palabras del arquitecto australiano Glenn Murcutt: *“La mayoría de los arquitectos que construyen edificios extraños asegura que lo hacen porque ahora la tecnología lo hace posible. Eso me parece absurdo. Poder hacer una cosa no legitima hacerla”*.

Bibliografía:

- [1] Arup, Ove; et al. October 1973. The Arup Journal. London: Ove Arup Partnership.
- [2] Autodesk. Autodesk Robot Structural Analysis user manual. 2012.
- [3] Azagra, D.; Bernabeu, A. La estructura de las formas libres. Informes de la construcción. Abril-Junio 2012. Vol. 64, 526, 133-142.
- [4] Bechthold, Martin. Sobre cáscaras y blobs. Superficies estructurales de la era digital. Revista ARQ nº63; Mecánica electronica. 2006. Pags. 30-35. 2006.
- [5] Block, Philippe; Lachauer, Lorenz. Closest-fit, compresión-only solutions for freeform solutions for freeform shells. ETH Zurich. IABSE-IASS. 2011.
- [6] Calderón-Domínguez; Emmanuel Ruffo. Algorithmic Processes and Evolutionary Architectural Design for Nonstandard Geometries. Proceedings of the international symposium on algorithmic design for architecture and urban design. Algode, Tokyo. 2011.
- [7] Calderón-Domínguez; Emmanuel Ruffo. Towards morphogenetic control of nonstandard geometries for designers. Institute for architecture and media, University TUGraz, Austria. 2011.
- [8] Candela, Felix. En defensa del formalismo y otros escritos. Madrid: Ed. Xarait. 1985.
- [9] Chiorino, M.A.; Sassone, M. The morphogenesis of Shell structures: a conceptual, computational and constructional challenge. Structures and Architecture. Ed. Paulo J. S. Cruz.
- [10] Coenders, J.L. Interfacing between parametric associative and structural software. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. 2007
- [11] Coenders, J.L. Parametric and associative strategies for engineering. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. IABSE. 2008
- [12] De Mesa Gisbert, Andrés; Regot, Joaquín. El análisis de las formas libre en arquitectura a partir de la generación digital de superficies. La cubierta de Ronchamp. EGA: revista de expresión gráfica arquitectónica, nº10, págs.. 86-93. 2005.
- [13] Drew, Philip. Sydney Opera House. Architecture in detail. London: Ed. Phaidon. 1995.
- [14] Drew, Philip. The masterpiece. Jörn Utzon: a secret life. Sydney: Hardie Grant Books. 1999.
- [15] Fromonot, Françoise. Jörn Utzon: architetto della Sydney Opera House. Documenti di architettura. Milano: Ed. Electa. 1998.
- [16] Lachauer, Lorenz; Jungjohann; Kotnik, Toni. Interactive parametric tools for structural design. ETH Zurich. IABSE-IASS. 2011.

- [17] Martínez Calzón, Julio. La ingeniería estructural y el dominio de la forma. IV Congreso ACHE. Valencia. Noviembre 2008.
- [18] Martínez Calzón, Julio. Treatment of the form in structural engineering. Structures and Architecture. Ed. Paulo J. S. Cruz. 2010.
- [19] Martínez Calzón, Julio. Form, structure and energy. Structural engineers World Congress (SEWC). Como. 2011.
- [20] Ohmori, H.; Kimura, T.; Maene, A. Computational morphogenesis of free form shells. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009, Valencia. Octubre 2009.
- [21] Pellegrino, S. & Wislow, P. & Sharma, S. Multi-objective optimization of free-form grid structures. Cambridge University. Springer. 2009.
- [22] Rey Rey, J. & Fernández Cabo, J.L. La desaparición de la barrera del análisis estructural en los proyectos arquitectónicos. Madrid: Congreso Hitos Estructurales de la Arquitectura e Ingeniería. 2011.
- [23] Rey Rey, J. The disappearance of the structural analysis barrier: the Sydney Opera House from a contemporary perspective. ICSA 2013. Guimaraes.
- [24] Sakamoto, Tomoko; Ferré, Albert. From control to design. Parametric / Algorithmic architecture. Editorial Actar, Barcelona. 2009.
- [25] Sasaki, Mutsuro. Shape design of free curved surface shells. Número especial a + u, Architecture and Urbanism, nº5 (404), mayo 2004: 36-37.
- [26] Standards Association of Australia. 1971. Australian standard CA34, Part II – 1971. SAA Loading Code. Part II – Wind forces.
- [27] Torroja, Eduardo. Razón y ser de los tipos estructurales. Madrid: 9a Ed.; Consejo Superior de Investigaciones Científicas. 1998.
- [28] Utzon, Jörn. Sydney Opera House – New South Wales State Records – Digital gallery. (<http://gallery.records.nsw.gov.au/index.php/galleries/sydney-opera-house/>).
- [29] Watson, Anne (Ed.). Building a Masterpiece: the Sydney Opera House. Sydney: Powerhouse Publishing. 2006.